

Sujet 1 : Chatelas

Ex. 23.1 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes définies sur un même espace probabilisé (Ω, τ, P) et suivant respectivement les lois binomiales $\mathcal{B}(n, 1/4)$ et $\mathcal{B}(n, 3/4)$.

On pose pour $\omega \in \Omega$, $A(\omega) = \begin{pmatrix} X(\omega) & 0 \\ 2 & Y(\omega) \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer la probabilité que $A(\omega)$ soit diagonalisable.
- 2) Calculer la probabilité que $A(\omega)$ soit inversible.

Sujet 2 : Jacq

Ex. 23.2 On dispose de $n \in \mathbb{N}^*$ urnes U_1, \dots, U_n . Dans l'urne U_k se trouvent k boules numérotées de 1 à k .

On choisit une urne au hasard puis une boule au hasard dans cette urne.

On note X le numéro de l'urne choisie, Y le numéro de la boule choisie.

- 1) Déterminer la loi du couple (X, Y) .
- 2) En déduire la loi de Y ainsi que ses moments d'ordre 1 et 2.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation de (X, Y) .

Sujet 3 : Jouannin

Ex. 23.3 CCP MP 2019 - n° 97 Soit $(X; Y)$ un couple de variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N}^2 dont la loi est donnée par :

$$\forall (i; j) \in \mathbb{N}^2, P((X; Y) = (i; j)) = \frac{1}{e} \times \frac{(i+j) \left(\frac{1}{2}\right)^{(i+j)}}{i!j!}$$

- 1) Déterminer les lois marginales de X et Y .
Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
- 2) Prouver que $\mathbb{E}[2^{X+Y}]$ existe et la calculer.

Sujet 4 : Exos supplémentaires