

Méthode d'Euler en astrophysique

I. Données

Le but de ce TD est de simuler le mouvement des principales planètes du système solaire. À cette fin j'ai obtenu - de manière approximative - les positions et vitesses des planètes le 23 mai 2020 à 0h00. Les mouvements sont supposés tous s'effectuer dans le plan de l'écliptique (plan de rotation de la Terre), ce qui est faux en pratique. Les données sont les suivantes :

```
import datetime as date
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

G = 6.6743e-11

SolM = 1.9891e30
Solv = np.array([11.69559797, -9.17424867])
Sol = np.array([0,0])

Mev = np.array([51715.567061538, -8735.47167717])
Me = np.array([9.981599394e8, -5.2636564547e10])
MeM = 3.3011e23
MeE = 0.20564
MeRev = 87.95565

Vv = np.array([4112.709706081, 34731.918])
V = np.array([1.07698363527e11, -1.2034680765e10])
VM = 4.8685e24
VE = 0.00678
VRev = 224.667

Tv = np.array([324.60689824877045, 29434.108808025805])
T = np.array([151360430047.16098, 0])
TM = 5.9736e24
TE = 0.01671022
TRev = 365.256

Mav = np.array([-20724.10667360203, 15511.883350108248])
Ma = np.array([137312706733.34933, 161495528534.79022])
MaM = 6.4185e23
MaE = 0.09339
MaRev = 686.885

Jv = np.array([-9987.275166209147, 8510.286997552814])
J = np.array([529989881128.5033, 565439713216.703])
JM = 1.8986e27
JE = 0.04839
JRev = 4332.01
```

```

Sv = np.array([-7594.88390455696,5165.561309258631])
S = np.array([868976801781.4513,1218549311665.1877])
SM = 4.6846e26
SE = 0.0539
SRev = 10754

Uv = np.array([-2695.052700740164,-6004.362895244607])
U = np.array([-2661672665454.1055,1305509063809.2822])
UM = 8.681e25
UE = 0.04726
URev = 30698

Nv = np.array([-5230.3848056687975,-1559.5581345922094])
N = np.array([-1248416467144.5132,4299828498072.9155])
NM = 1.0243e26
NE = 0.00859
NRev = 60216.8

```

```

planetes = ["Soleil", "Mercure", "Vénus", "Terre", "Mars", "Jupiter",
            "Saturne", "Uranus", "Neptune"]

```

```

excentricites = [MeE, VE, TE, MaE, JE, SE, UE, NE]
periodes = [MeRev, VRev, TRev, MaRev, JRev, SRev, URev, NRev]

```

où :

- sont importés les trois modules `datetime`, `numpy` et `matplotlib` utiles pour ce TD ;
- est définie la constante **G** de gravitation universelle ;
- sont données la masse, la vitesse et la position du soleil au 23 mai 2020 à 0h00 ;
- sont données pour chaque planète sa **vitesse** en $m.s^{-1}$, sa **position** en m , sa **masse** en kg , son **excentricité** (voir plus loin) et sa **période de révolution** en **jours**.

Première question : dans le but de contrôler la validité de ces données, utiliser la méthode d'Euler pour obtenir la trajectoire de chaque planète en

- supposant le soleil fixe ;
- négligeant l'attraction exercées par les autres planètes ;
- obtenant la plus grande distance entre la planète et le soleil (**aphélie** A) ;
- obtenant la plus petite distance entre la planète et le soleil (**périhélie** P).

On pourra prendre un intervalle de temps $dt = 3600s$ entre deux pas de la méthode d'Euler.

Deuxième question : calculer alors, pour chaque planète, son excentricité e donnée par

$$e = \frac{1 - \frac{A}{P}}{1 + \frac{A}{P}}$$

et la comparer à l'excentricité observée. Calculer aussi sa période de révolution (égale à deux fois l'intervalle de temps obtenu entre aphélie et périhélie) et la comparer aux périodes observées.

Troisième question : toujours dans le but de contrôler les données, on veut connaître, pour chaque planète (sauf la Terre), la date à laquelle elle sera la plus proche de la Terre. Les dates prévues par les modèles précis sont les suivantes (toutes en 2020) :

```

# Périogée de Mercure : 29 juin
# Périogée de Vénus : 3 juin
# Périogée de Mars : 6 octobre
# Périogée de Jupiter : 15 juillet

```

```
# Périgée de Saturne : 21 juillet
# Périgée d'Uranus : 31 octobre
# Périgée de Neptune : 11 septembre
```

En tenant compte de la vitesse non nulle du soleil et de l'ensemble des forces d'attraction exercées par chaque planète sur les autres planètes, calculer à chaque pas de la méthode d'Euler la position de toutes les planètes et du soleil. Afficher les trajectoires de toutes les planètes entre le 23 mai 2020 0h00 et les dates données ci-dessus et vérifier « à vue d'œil » que les périgées donnés sont conformes aux positions simulées.

Remarque : on pourra utiliser le module `datetime` pour obtenir le nombre de jours entre le 23 mai et chacune des dates ci-dessus de la façon suivante

```
debut = date.datetime(2020,5,23).toordinal()
fin = date.datetime(2020,9,11).toordinal()
```

où `debut` et `fin` sont deux entiers représentant un nombre de jours.

II. Animation

En réutilisant le code précédent, faire une animation du mouvement des planètes.

III. Solutions

Voir les deux codes Python

[Trois premières questions](#)

et

[Animation](#)