Programme de colles n°23

Du 30 mars au 4 avril

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer

1) Dimension d'un sous-espace vectoriel : propriété et cas d'égalité.
   Existence d'un supplémentaire en dimension finie, dimension du supplémentaire, base adaptée à une somme directe.
2) Énoncer la formule de Grassmann et le théorème du rang.
3) Énoncer les propriétés concernant l'image d'une famille génératrice par une application linéaire, l'image d'une famille libre par une injection linéaire, l'image d'une base par un isomorphisme.
4) Rang d'une composée. Caractérisation des isomorphismes (prop. 15.45, 15.46, 15.52).
5) ***Cardinal de*** $E \times F$***, de*** $\mathcal{F}(E, F)$ ***et de*** $\mathcal{P}(E)$***.***
   Expliciter l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ ***pour un ensemble*** E ***au choix du colleur (de très petit cardinal).***
6) ***Nombre d'injections entre deux ensembles finis, nombre de bijections entre deux ensembles finis.***
   Liens entre les cardinaux de E, $f(E)$ ***et*** F ***(pour*** $f : E \to F$***), notamment dans le cas où*** f ***est injective/surjective/bijective.***
7) ***Soient*** E ***et*** F ***de même cardinal. Montrer que*** $f \in \mathcal{F}(E, F)$ ***est injective si et seulement si elle est bijective.***
8) ***Rappels : coefficients binomiaux (définition à l'aide de factoriels, coefficients binomiaux généralisés), formule du binôme,*** $\mathrm{DL}_n(0)$ ***de*** $(1+x)^\alpha$ ***où*** $\alpha \in \mathbb{R}$***.***
   Lien avec le nombre de combinaisons de p ***éléments parmi*** n***.***
9) ***Théorèmes opératoires pour la dérivée en un point. Dérivée de la bijection réciproque en un point. Démontrer que*** $(uv)'(a) = u'(a)v(a) + u(a)v'(a)$***.***
10) ***Énoncer et démontrer la formule de Leibniz.***
11) ***Énoncer le théorème de Rolle et le théorème des accroissements finis. Démontrer l'un des deux.***
12) ***Énoncer (sans démonstration) la formule de Taylor-Young, l'inégalité des accroissements finis et la <u>condition suffisante</u> d'existence d'un extremum local en*** $a \in \mathring{I}$***.***
13) ***Révisions : énoncer (sans démonstration) les équivalence entre existence d'un*** DL ***à l'ordre*** 0 ***ou*** 1 ***et la continuité ou dérivabilité d'une fonction en un point (théorème 9.13 du cours).***
14) ***Révisions :*** *DL* ***de référence.***
15) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème de limite de la dérivée.***

EV en dimension finie. ***Dénombrement***.