

Exercice corrigé

François Coulombeau

coulombeau@gmail.com

Lycée La Fayette, Clermont-Ferrand (63)

16 mars 2020

Ex. 17 (Cor.) Soient $n \in \mathbb{N}$ et $\phi : \begin{cases} \mathbb{R}_n[X] & \rightarrow \mathbb{R}_n[X] \\ P & \mapsto \int_X^{X+1} P(t)dt \end{cases}$.

- 1) Montrer que ϕ est linéaire.
- 2) Montrer que $\deg \phi(P) = \deg P$.
- 3) Montrer que ϕ est un automorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.
- 4) On note B_i l'image réciproque par ϕ de X^i .
Calculer B_0, B_1, B_2, B_3 .
- 5) Montrer que pour tout $i \in \llbracket 0; n \rrbracket$, $B_i(X+1) - B_i(X) = iX^{i-1}$.
- 6) Dédurre des questions précédentes une expression simplifiée pour $p \in \mathbb{N}$ de $\sum_{k=1}^p k^2$.