Programme de colles n°26

Du 3 au 7 mai

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Cardinal de $E \times F$, de $\mathcal{F}(E, F)$ et de $\mathcal{P}(E)$.
   Expliciter l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ pour un ensemble E au choix du colleur (de très petit cardinal).
2) Nombre d'injections entre deux ensembles finis, nombre de bijections entre deux ensembles finis.
   Liens entre les cardinaux de E, $f(E)$ et F (pour $f : E \to F$), notamment dans le cas où f est injective/surjective/bijective.
3) Soient E et F de même cardinal. Montrer que $f \in \mathcal{F}(E, F)$ est injective si et seulement si elle est bijective.
4) Rappels : coefficients binomiaux (définition à l'aide de factoriels, coefficients binomiaux généralisés), formule du binôme, $\mathrm{DL}_n(0)$ de $(1+x)^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.
   Lien avec le nombre de combinaisons de p éléments parmi n.
5) ***Théorèmes opératoires pour la dérivée en un point. Dérivée de la bijection réciproque en un point. Démontrer que*** $(uv)'(a) = u'(a)v(a) + u(a)v'(a)$.
6) ***Énoncer et démontrer la formule de Leibniz.***
7) ***Énoncer le théorème de Rolle et le théorème des accroissements finis. Démontrer l'un des deux.***
8) ***Énoncer (sans démonstration) la formule de Taylor-Young, l'inégalité des accroissements finis et la <u>condition suffisante</u> d'existence d'un extremum local en*** $a \in \overset{\circ}{I}$.
9) ***Révisions : énoncer (sans démonstration) les équivalence entre existence d'un*** DL ***à l'ordre*** 0 ***ou*** 1 ***et la continuité ou dérivabilité d'une fonction en un point (théorème 9.13 du cours).***
10) ***Révisions :*** *DL* ***de référence.***
11) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème de limite de la dérivée.***
12) ***Soit*** $f : [a; b] \to [a; b]$, ***continue. Montrer que*** f ***possède au moins un point fixe. (voir feuille de TD sur les suites récurrentes)***
13) ***Suites récurrentes : soit*** I ***un intervalle réel,*** $f : I \to I$.
    Soit u ***définie*** $u_0 \in I$ ***et*** $u_{n+1} = f(u_n)$. ***Que peut-on affirmer sur la suite*** u ***?***
    On suppose f ***croissante sur*** I. ***Que peut-on affirmer sur la suite*** u ***?***
    On suppose que $I = [a; b]$, f ***continue et croissante. Que peut-on affirmer sur la suite*** u ***?***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Dénombrement. ***Dérivation. Suites récurrentes***.